

# 基于改进传播算子的 DS-SS 信号 扩频序列盲估计方法

解 辉,马俊涛,姚智刚,吕 萌,史 林,尹园威

(陆军工程大学石家庄校区电子与光学工程系,河北石家庄 050003)

**摘 要:** 本文研究了 DS-SS 信号的扩频序列盲估计问题,针对现有特征值分解算法失步时间估计不准和计算量大等缺点,提出一种基于改进传播算子的扩频序列盲估计算法,该算法对传统传播算子估计信号子空间的方法进行了改进,使之能够估计扩频序列,并利用信号子空间估计信号失步时间.与基于特征值分解的方法相比,本文算法提高了失步时间的估计精度,并有效的降低了计算量.最后对算法计算量和性能进行了仿真分析和验证,结果表明本文算法有效,计算量远小于现有特征值分解算法,且估计性能在低信噪比条件下更优.

**关键词:** 直接序列扩频;扩频序列;传播算子;特征值;信号子空间

**中图分类号:** TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)01-0009-08

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.01.002

## Blind Estimation of the Spread Spectrum Sequence of DS-SS Signals Based on Improved Propagator Method

XIE Hui, MA Jun-tao, YAO Zhi-gang, LÜ Meng, SHI Lin, YIN Yuan-wei

(Department of Electronic and Optics Engineering, Army Engineering University Shijiazhuang Campus, Shijiazhuang, Hebei 050003, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of inaccurate estimation of out-of-step time and large computation in eigenvalue decomposition algorithm, the direct sequence spread spectrum (DS-SS) signal blind estimation problem of spread spectrum sequence is studied, and an algorithm based on improved propagator is proposed in this paper. The algorithm can estimate the spread spectrum sequence and the signal out-of-step time by using the signal subspace. Compared with the eigenvalue decomposition method, the estimation accuracy of the out-of-step time is improved and the amount of calculation is effectively reduced. Finally, the computational amount and performance of the algorithm are simulated and verified. The results show that the proposed algorithm is effective, the computational amount is far less than the eigenvalue decomposition algorithm, and the performance is better under the condition of low SNR.

**Key words:** direct sequence spread spectrum (DS-SS); spread spectrum sequence; propagator method; eigenvalue; signal subspace

## 1 引言

直接序列扩频(Direct Sequence Spread Spectrum, DS-SS)信号因为具有低截获概率特性、抗窄带干扰特性、抗多径特性等优点,是目前被广泛应用于军事和民用通信领域的一种扩频信号<sup>[1]</sup>.扩频序列是 DS-SS 信号的关键参数之一,是实施相干干扰和解扩的首要条件.因此,获得扩频信号的扩频序列一直是直扩信号侦察处理研究的热点问题<sup>[2-10]</sup>.但是由于扩频信号通常采

用较低的功率传递,而且扩频序列种类较多,到目前为止该问题还没有完全解决.

目前,DS-SS 信号扩频序列的估计主要有基于 Massey 算法<sup>[3,4]</sup>、基于 Fast-ICA 算法<sup>[5,6]</sup>、基于三阶相关<sup>[7,8]</sup>和基于特征值分解方法<sup>[9,10]</sup>等. Massey 算法提出最早,主要用于线性反馈移位寄存器序列的估计,其缺点是对非线性序列无效,且算法需要较高的信噪比才有较好的效果.基于 Fast-ICA 的扩频序列估计主要是针对多用户的 CDMA 扩频信号,解决了多用户扩频信号的盲

源分离及其序列估计问题. 三阶相关算法主要通过计算三阶相关函数并寻找峰值点, 实现扩频码本原多项式的估计, 但该方法计算三阶相关函数计算量大, 且矩阵斜消法适应信噪比能力较低. 基于特征值分解的方法可以适应多种类型的扩频序列和较低的信噪比, 是目前研究较多的方法. 然而, 因为在有限观测条件下特征值估计为有偏估计, 基于特征值分解的方法利用特征值估计的失步时间估计也为有偏估计, 这将导致序列估计出现错误. 另外, 基于特征值分解的方法需要完成信号协方差矩阵的特征值分解, 计算量大, 实时性较差, 特别是在某些需要实时分析, 并快速进行干扰的情况下, 则无法体现出算法优势.

为了解决在低信噪比条件下, 对采用不同扩频序列类型的 DS-SS 信号扩频序列的快速盲估计问题, 本文提出一种基于改进传播算子的估计算法. 算法采用信号子空间估计扩频序列的思想, 利用改进的传播算子估计信号子空间, 因而不受扩频序列类型的限制, 且有效的降低了计算量. 同时, 利用信号样点进行周期性相关积累获得处理增益, 以适应较低的信噪比. 此外, 利用信号子空间取代特征值估计失步时间, 实现失步时间的高精度估计.

## 2 信号模型

DS-SS 信号主要利用信息序列乘以扩频序列, 扩展信号频谱, 降低信号峰值功率, 从而提高信号隐蔽性, DS-SS 信号数学模型可表示为

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k h(t - kT_s) \quad (1)$$

其中,  $\{a_k = \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}$  为信息符号序列, 等概率随机分布.  $T_s$  为符号周期,  $h(t)$  为扩频基带信号与信道滤波器  $p(t)$  的卷积, 信道滤波器主要包括发射、接收滤波器以及传输信道的响应等.

$$h(t) = \sum_{i=0}^{P-1} c_i p(t - kT_c) \quad (2)$$

$\{c_i = \pm 1, i = 0, 1, \dots, P-1\}$  为扩频码序列, 因为扩频序列为循环周期出现, 所以  $c_i$  的起始点可以根据不同的情况任意选定.  $T_c$  为采样间隔.

接收机输出信号为

$$y(t) = s(t) + n(t) \quad (3)$$

其中  $n(t)$  为功率谱密度为  $\sigma_n^2$  的高斯白噪声, 与信号不相关.

参照文献[3], 本文做如下假设:

- (1) 信息序列为均匀分布且互不相关;
- (2) 噪声为零均值高斯白噪声, 且与信号不相关;
- (3) 信号的扩频周期已知<sup>[11]</sup>, 其他参数未知;
- (4)  $p(t)$  可以是基带信号模型, 也可以扩展为中频信号模型.

将接收数据按伪码周期  $T_s$  分为不重叠的窗, 窗个数为  $M$ . 用  $\mathbf{y}_k$  表示第  $k$  个窗的观测数据,  $\mathbf{y}_k$  为行向量, 则有

$$\mathbf{y}_k = a_k \mathbf{h}_0 + a_{k+1} \mathbf{h}_1 + \mathbf{n}_k \quad (0 < k \leq M) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{n}_k$  为第  $k$  个窗内的噪声,

$$\mathbf{h}_0 = \begin{cases} h(t), & (kT_s \leq t < kT_s + t_0) \\ 0, & (kT_s + t_0 \leq t < (k+1)T_s) \end{cases} \quad (5a)$$

$$\mathbf{h}_1 = \begin{cases} 0, & (kT_s \leq t < kT_s + t_0) \\ h(t), & (kT_s + t_0 \leq t < (k+1)T_s) \end{cases} \quad (5b)$$

分别表示分段窗内信息跳变前后的扩频序列;  $t_0$  为一个窗内的信息跳变时刻, 也称为失步时间,  $0 \leq t_0 < T_s$ <sup>[12]</sup>.

观测数据共有  $M$  个扩频周期, 则观测数据分段后可写为如下矩阵形式

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_M \end{pmatrix} \mathbf{h}_0 + \begin{pmatrix} a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_{M+1} \end{pmatrix} \mathbf{h}_1 + \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_M \end{pmatrix} = \mathbf{A}_0 \mathbf{h}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{h}_1 + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{N} = (\mathbf{n}_1 \ \mathbf{n}_2 \ \dots \ \mathbf{n}_M)$  为噪声向量构成的矩阵,  $\mathbf{A}_0 = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_M)$  和  $\mathbf{A}_1 = (a_2 \ a_3 \ \dots \ a_{M+1})$  为观测信号的信息序列矢量.

## 3 基于特征值分解的扩频序列估计方法及其缺点

### 3.1 基于特征值分解的扩频序列估计原理

定义协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = \mathbf{E} \{ \mathbf{y}_k^H \mathbf{y}_k \} \quad (7)$$

其中,  $\bullet^H$  为矩阵的共轭转置,  $\mathbf{E} \{ \bullet \}$  为数学期望.

因为噪声与信号不相关, 容易证明  $\mathbf{h}_0^H$  和  $\mathbf{h}_1^H$  是  $\mathbf{R}$  的特征向量<sup>[3]</sup>, 对应特征值分别为  $\lambda_1 = \|\mathbf{h}_0\|^2 + \sigma_n^2$  和  $\lambda_2 = \|\mathbf{h}_1\|^2 + \sigma_n^2$ .  $\mathbf{R}$  的其他特征向量对应的特征值为  $\sigma_n^2$  或 0, 即  $\mathbf{R}$  具有如下特征值:

$$\lambda_i = \begin{cases} \|\mathbf{h}_0\|^2 + \sigma_n^2 = (\rho(T_s - t_0) + 1)\sigma_n^2, & i = 1 \\ \|\mathbf{h}_1\|^2 + \sigma_n^2 = (\rho t_0 + 1)\sigma_n^2, & i = 2 \\ \sigma_n^2, & i > 2 \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\rho = \sigma_s^2 / \sigma_n^2$  为信噪比,  $\sigma_s^2$  为信号功率.

由此可得失步时间  $t_0$  的估计为

$$t_0 = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_3} T_s \quad (9)$$

根据失步时间连接  $\mathbf{h}_0$  与  $\mathbf{h}_1$  即得扩频序列的估计.

上述基于特征值分析的方法可以实现扩频序列估计, 其本质是通过特征值分解获得信号子空间和失步时间, 而信号子空间对应信号的扩频序列. 该方法利用的是信号子空间与噪声子空间的正交性, 因此不受扩频序列类型的限制.

### 3.2 基于特征值分解扩频序列估计的不足

首先,基于特征值分析的方法对失步时间估计不准,本文做简要分析如下.

在有限观测条件下,协方差矩阵的需要用估计值代替

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{M} \mathbf{Y}^H \mathbf{Y} \quad (10)$$

其特征值估计的期望为<sup>[3]</sup>

$$\begin{aligned} E(\hat{\lambda}_k) &= \lambda_k \left( 1 + \frac{1}{M} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^N \frac{\lambda_i}{\lambda_k - \lambda_i} \right) \\ k &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E(\hat{t}_0) &= \frac{E(\hat{\lambda}_2) - E(\hat{\lambda}_3)}{E(\hat{\lambda}_1) + E(\hat{\lambda}_2) - 2E(\hat{\lambda}_3)} T_s \\ &= \frac{\left( t_0 \rho + \frac{N}{M} \left( 1 + \frac{1}{t_0 \rho} \right) + \frac{1}{M} \left( \frac{(t_1 \rho + 1)(t_0 \rho + 1)}{(t_0 - t_1) \rho} + \frac{1}{t_1 \rho} - \frac{1}{t_0 \rho} \right) \right)}{\left( t_1 \rho + t_0 \rho + \frac{N}{M} \left( \frac{1}{t_1 \rho} + \frac{1}{t_0 \rho} + 2 \right) \right)} T_s \\ &= t_0 + \frac{t_0 \rho + \frac{1}{M} \left( \frac{(t_1 \rho + 1)(t_0 \rho + 1)}{(t_0 - t_1) \rho} + \frac{1}{t_1 \rho} + \frac{N-1}{t_0 \rho} + N \right) - t_0 \left( \rho + \frac{N}{M} \left( \frac{1}{t_1 t_0 \rho} + \frac{2}{T_s} \right) \right)}{\rho + \frac{N}{M} \left( \frac{1}{t_1 t_0 \rho} + \frac{2}{T_s} \right)} \\ &= t_0 + \frac{\frac{1}{M} \left( \frac{(t_1 \rho + 1)(t_0 \rho + 1)}{(t_0 - t_1) \rho} - \frac{N-1}{t_1 \rho} + \frac{N-1}{t_0 \rho} + N - \frac{2Nt_0}{T_s} \right)}{\left( \rho + \frac{N}{M} \left( \frac{1}{t_1 t_0 \rho} + \frac{2}{T_s} \right) \right)} \end{aligned} \quad (13)$$

由式(13)可见,当且仅当

$$\begin{aligned} \frac{t_1 t_0 \rho^2 + T_s \rho + 1}{(t_0 - t_1) \rho} &= (N-1) \left( \frac{1}{t_1 \rho} - \frac{1}{t_0 \rho} \right) \\ &+ N \left( \frac{2t_0}{T_s} - 1 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

式(9)的失步时间为无偏估计,因此,通常情况下利用式(9)估计失步时间为有偏估计.

失步时间的错误估计不仅造成估计扩频序列首尾的误码,而且会引起估计扩频序列移位的严重错误,因此需要研究更好的失步时间估计方法.图1给出了一组式(9)采用不同扩频周期估计失步时间误差的均值,仿真采用127位扩频序列,失步时间为45个码片,即 $t_0 = 45 \frac{T_c}{T_s}$ , Monte Carlo 仿真次数为100.从图中可以看出,式(9)估计的失步时间存在偏差,使得估计扩频序列可能存在严重错误.

另外,基于特征值分解的方法需要完成对协方差矩阵的特征值分解,其计算量为 $O(N^3)$ ,而通常应用的扩频序列长度上千位甚至几万位,协方差矩阵特征分解的计算量大,甚至难以忍受.在实际使用中难以满足实时信号处理的要求,因此有必要研究基于其他信号

其中 $M$ 为观测周期数, $N$ 为扩频序列长度,当 $M > N$ 时 $\lambda_k$ 由式(8)确定,当 $M < N$ 时 $\lambda_k$ 为

$$\lambda_i = \begin{cases} \|\mathbf{h}_0\|^2 + \sigma_n^2 = (\rho(T_s - t_0) + 1)\sigma_n^2, & i=1 \\ \|\mathbf{h}_1\|^2 + \sigma_n^2 = (\rho t_0 + 1)\sigma_n^2, & i=2 \\ \sigma_n^2, & 2 < i \leq M \\ 0, & M < i < N \end{cases} \quad (12)$$

可见,特征值的估计为一致无偏估计,当观测有限时特征值为有偏估计.

将式(12)代入式(9)得式(13):

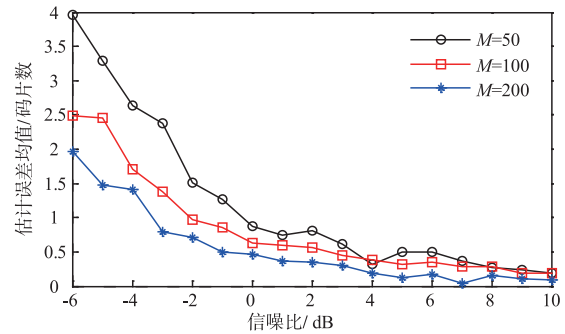


图1 失步时间估计误差

子空间估计方法的扩频序列估计方法.

针对基于特征值分解方法的以上两个缺点,本文提出一种基于改进传播算子的扩频序列估计方法,并给出相应的失步时间估计方法.

## 4 改进传播算子估计扩频序列

### 4.1 传播算子的定义及其信号子空间估计

假设观测矩阵 $\mathbf{Y}$ 为 $N \times M$ 矩阵,且列满秩,则 $\mathbf{Y}$ 中有 $D$ 行是线性独立的,其它行可由这 $D$ 行线性表示<sup>[13]</sup>.不失一般性,以下分析均假设其前 $D$ 行是线性独立的.将观测矩阵转置并分块

$$\Psi = Y^H = \begin{cases} Y_A \\ Y_B \end{cases} \begin{cases} D \\ N-D \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $Y_A$  和  $Y_B$  分别为  $D \times M$  维和  $(N-D) \times M$  维矩阵.

显然  $Y_A$  是非奇异的, 传播算子定义为由  $N-D$  维复空间  $C^{N-D}$  到  $D$  维复空间  $C^D$  的唯一线性算子<sup>[14,15]</sup>,  $P$  满足

$$P^H Y_A = Y_B \quad (16)$$

或

$$[P^H, -I_{M-D}]Y = QY = \mathbf{0}_{(M-D) \times D} \quad (17)$$

其中  $I_K$  表示  $K$  阶单位矩阵.

由此可见,  $Q$  的列张成的空间就是噪声子空间. 令  $U = [I_D, P]$ , 显然有

$$QU = [P^H, -I_{M-D}][I_D, P]^H = \mathbf{0} \quad (18)$$

即所  $U$  与噪声子空间  $Q$  正交, 所以  $U$  张成信号子空间<sup>[16]</sup>.

由式(17)的传播算子定义可知

$$PY_A - Y_B = \mathbf{0} \quad (19)$$

上式中  $P$  的估计可以由 F 范数下的最小二乘估计得到, 即

$$\frac{1}{M} \|\hat{P}Y_A - Y_B\|^2 \rightarrow \min \quad (20)$$

对上式求导, 并令其为 0 可得传播算子的估计为

$$\hat{P} = (Y_A Y_A^H)^{-1} Y_A Y_B^H \quad (21)$$

另外, 传播算子也可以利用观测数据协方差矩阵估计<sup>[17]</sup>, 在此不再赘述.

在本文对式(6)所示观测矩阵的信号子空间估计中信号为两维, 即  $D=2$ , 则  $\hat{P}$  为  $2 \times (N-2)$  维矩阵. 因此, 扩频序列对应的信号子空间为

$$U = [I_2, \hat{P}] \quad (22)$$

## 4.2 信号子空间估计算法改进

注意到传播算子与特征值分解估计信号子空间存在差别, 即特征值分解可以获得的信号子空间的正交基, 而传播算子估计得到的信号空间基不一定是正交的. 而实际上分段后的  $h_0$  和  $h_1$  是正交的, 因此, 通过上述方法估计得到的信号子空间不能得到扩频序列.

为此, 提出如下改进算法(下文简称算法 1):

**Step1** 估计信号子空间的一维;

**Step2** 在观测矩阵或协方差矩阵中消除该维信号的分量;

**Step3** 利用改进的观测矩阵或协方差矩阵估计信号子空间的另一维.

下面将详细说明上述步骤的实现过程, 并以没有噪声的情形说明, 通过以上步骤获得的两维信号子空间分别是两段扩频序列的估计.

第一步中, 将观测矩阵如下分块

$$\Psi = Y^H = \begin{cases} Y_A \\ Y_B \end{cases} \begin{cases} 1 \\ N-1 \end{cases} \quad (23)$$

得到一维传播算子及其对应信号子空间的估计

$$\hat{P} = (Y_A Y_A^H)^{-1} Y_A Y_B^H \quad (24)$$

$$U = [1, \hat{P}] \quad (25)$$

下面将说明上式中

$$\hat{P} = th_0/h_0(0) \quad (26)$$

$$\hat{U} = h_0/h_0(0) \quad (27)$$

其中  $h_i(0)$ , ( $i=0,1$ ) 表示  $h_i$  的第一个元素,  $th_0$  表示  $h_0$  的第二到最后一个元素组成的向量, 下文中将用  $th_i$  ( $i=0,2$ ) 表示  $h_i$  的第二到最后一个元素组成的向量.

根据式(20), 只需证明: 如果估计得到的一维传播算子  $\hat{P}$  中如果存除  $th_0$  以外的其他分量则不能使式(20)取得最小值, 即当  $\hat{P} = th_0/h_0(0) + l$  时有

$$\frac{1}{M} \|\hat{P}^H Y_A - Y_B\|^2 \geq \frac{1}{M} \|th_0^H Y_A/h_0(0) - Y_B\|^2 \quad (28)$$

其中  $l$  为任意  $N-1$  维行向量.

下面证明式(28)是正确的, 由于只为证明算法估计获得的两维信号子空间分别是两段扩频序列的估计, 在有噪声情况下, 当噪声较小时, 对估计结果没有影响, 但当噪声较高时, 受算法信噪比适应能力限制, 会出现估计得扩频序列会出现误差, 随着噪声越大, 估计得扩频序列质量越差, 但这并不从原理上否定算法的有效性. 因此, 从算法原理上进行推导, 只考虑没有噪声情况, 此时有

$$Y_A = h_0(0)A_0^H + h_1(0)A_1^H \quad (29)$$

$$Y_B = th_0^H A_0^H + th_1^H A_1^H$$

因此式(28)的右边有

$$\begin{aligned} \frac{1}{M} \|th_0^H Y_A/h_0(0) - Y_B\|^2 &= \frac{1}{M} \|th_1^H A_1^H\|^2 \\ &= \frac{1}{M} \|th_1\|^2 \|A_1\|^2 \quad (30) \end{aligned}$$

式(28)的左边为式(31):

$$\begin{aligned} &\frac{1}{M} \|(th_0/h_0(0) + l)^H Y_A - Y_B\|^2 \\ &= \frac{1}{M} \|h_0(0)l^H A_0^H - th_1^H A_1^H\|^2 \\ &= \frac{1}{M} \text{diag}[(h_0(0)l^H A_0^H - th_1^H A_1^H)^H (h_0(0)l^H A_0^H - th_1^H A_1^H)] \\ &= \frac{1}{M} (h_0^2(0) \|A_0\|^2 \|l\|^2 + \|A_1\|^2 \|th_1\|^2 \\ &\quad - (A_0 A_1^H)(th_1^H) - (A_1 A_0^H)(th_1 l^H)) \\ &= \frac{1}{M} (h_0^2(0) \|A_0\|^2 \|l\|^2 + \|A_1\|^2 \|th_1\|^2) \\ &\geq \frac{1}{M} \|th_1\|^2 \|A_1\|^2 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{M} \| \mathbf{t} \mathbf{h}_0^H \mathbf{Y}_A / \mathbf{h}_0(0) - \mathbf{Y}_B \|^2 \quad (31)$$

当且仅当  $\mathbf{t}=0$  时式(31)取等号. 式(31)中利用了当信息序列  $\{a_k = \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}$  且等概率分布时有

$$\frac{1}{M} \mathbf{A}_0^H \mathbf{A}_1 = \frac{1}{M} \mathbf{A}_1^H \mathbf{A}_0 = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} a_i a_{i+1} = 0 \quad (32)$$

根据以上分析式(28)得证. 由此可见, 算法 1 中第一步估计的信号子空间为  $\mathbf{h}_0 / \mathbf{h}_0(0)$ .

在第二步中, 要消除第一步中信号子空间分量只需定义如下改进的观测矩阵  $\Psi'$

$$\begin{aligned} \Psi' &= \Psi - \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{Y}_A \\ &= (\mathbf{A}_0 \mathbf{h}_0 + \mathbf{A}_1 \mathbf{h}_1)^H - \mathbf{h}_0^H \mathbf{A}_0^H \\ &= \mathbf{h}_1^H \mathbf{A}_1^H \end{aligned} \quad (33)$$

因此, 在第三步中估计  $\Psi'$  的一维信号子空间即可得  $\mathbf{h}_1$ .

在实际应用中, 因为存在噪声的影响, 需要在第二步做如下处理减少噪声影响. 定义第二步中改进的协方差矩阵为

$$\Psi' = \Psi - k \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{Y}_A = \Psi - k \mathbf{Y}' \quad (34)$$

其中  $\mathbf{Y}' = \hat{\mathbf{U}}^H \mathbf{Y}_A$ ,  $k$  为比例常数, 并使得上式的 F 范数最小, 则有

$$k = \text{sum}(\Psi \cdot \mathbf{Y}') / \text{sum}(\mathbf{Y}' \cdot \mathbf{Y}') \quad (35)$$

其中“ $\cdot$ ”表示两个矩阵中对应元素相乘,  $\text{sum}(\mathbf{X})$  为矩阵  $\mathbf{X}$  所有元素的和.

### 4.3 失步时间估计

通过上文中的方法可以估计分段扩频序列  $\mathbf{h}_0$  和  $\mathbf{h}_1$ , 本节将分析如何通过两段扩频序列估计失步时间  $t_0$ . 为此, 考虑设计一个关于  $\mathbf{h}_0$  和  $\mathbf{h}_1$  的函数, 并使该函数在  $t_0$  时刻取得最大值或最小值.

根据式(5)对  $\mathbf{h}_i(t)$ ,  $i=0,1$  的定义, 设计如下函数

$$f(t) = \|\mathbf{h}_0(0:t)\|^2 + \|\mathbf{h}_1(t:T_s)\|^2 \quad (36)$$

$$0 \leq t < T_s$$

其中  $\mathbf{h}_i(t_1:t_2)$ ,  $i=0,1$  表示  $\mathbf{h}_i$  在时间  $t_1$  到  $t_2$  间的部分. 显然, 当  $t \leq t_0$  时有

$$f(t) = \|\mathbf{h}_0(0:t)\|^2 + \|\mathbf{h}_1(t_0:T_s)\|^2 \quad (37)$$

为单调增函数.

当  $t \geq t_0$  时

$$f(t) = \|\mathbf{h}_0(0:t_0)\|^2 + \|\mathbf{h}_1(t:T_s)\|^2 \quad (38)$$

为单调减函数. 因此, 式(36)定义的函数是符合要求的,  $f(t)$  的最大值点对应扩频序列的失步时间, 即

$$\hat{t}_0 = \max \{f(t) |_{t=t_0}\} \quad (39)$$

若估计  $\mathbf{h}_0$  和  $\mathbf{h}_1$  受到噪声的污染, 即

$$\hat{\mathbf{h}}_0 = \mathbf{h}_0 + \mathbf{n}_0 \quad (40)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_1 = \mathbf{h}_1 + \mathbf{n}_1$$

其中  $\mathbf{n}_0, \mathbf{n}_1$  为估计序列与真实序列的偏差, 其方差为

$\sigma_n^2$ . 则有

$$\begin{aligned} E(\hat{t}_0) &= E(f(t)) \\ &= E(\|\hat{\mathbf{h}}_0(0:t_0)\|^2 + \|\hat{\mathbf{h}}_1(t:T_s)\|^2) \\ &= \|\mathbf{h}_0(0:t_0)\|^2 + \|\mathbf{h}_1(t:T_s)\|^2 + 2N\sigma_n^2 \\ &= t_0 \end{aligned} \quad (41)$$

由此可见, 式(36)最大值对应的  $\hat{t}_0$  为  $t_0$  的无偏估计

显然, 本文提出的失步时间估计方法也可以应用于文献[1]中的方法. 通过本文的后续分析可知, 在信噪比不是特别低 ( $> -4\text{dB}$ ) 的情况下上述估计方法的估计精度优于式(9)的估计结果, 因此可以用本文失步时间估计方法替换文献[3]中的失步时间估计.

结合文献[11]中的扩频周期估计算法和本文方法可以实现扩频序列的盲估计. 将本文的扩频序列盲估计算法总结如下:

- step1** 根据文献[11]的方法完成扩频周期估计;
- step2** 将观测数据排列成式(6)所示的观测矩阵;
- step3** 本文的算法 1 估计两段扩频序列;
- step4** 计算式(36)函数的值, 并根据最大值估计失步时间;
- step5** 根据失步时间连接  $\mathbf{h}_0$  与  $\mathbf{h}_1$  得到扩频序列.

## 5 仿真分析

### 5.1 扩频序列估计仿真

以长度为 63 位的  $m$  序列扩频信号为例进行仿真, 失步时间为 25 个码片, 即  $t_0 = 25T_s/T_c$ , 信噪比为 0dB, 仿真数据长度为 100 个扩频周期. 图 2 仿真给出本文用修改后的传播算子方法估计得到的两段扩频序列. 图 3 给出了式(36)所示失步时间估计函数的图形, 从图中可以看出由  $\max(f(t))$  可以正确估计失步时间  $N_0 = 25$ . 图 4 给出了本文算法估计的扩频序列及其与真实扩频序列的比较. 由图中可以看出, 本文算法能够正确估计扩频序列, 如果对估计序列进行二值处理则可以实现扩频序列的准确估计.

### 5.2 计算量分析

由前面的分析可见, 基于特征值分解的扩频序列估计方法和基于传播算子的方法都可以分为三步, 第一步是生成观测矩阵或协方差矩阵, 第二步是信号子空间估计, 第三步是失步时间估计. 其中第一步计算量相等, 在此不再讨论, 下面主要讨论后两步估计的计算量.

因为  $\mathbf{Y}_A$  为  $1 \times M$  矩阵,  $\mathbf{Y}_B$  为  $(N-1) \times M$  矩阵, 由式(25)估计传播算子的乘法计算量为

$$N_1 = M + M(N-1) = MN \quad (42)$$

由传播算子构造信号子空间不需要计算, 故基于传播算子方法估计信号子空间的乘法计算量为  $N_1$ .

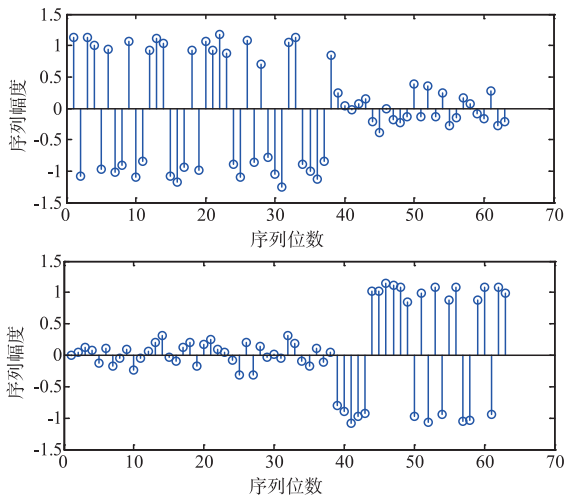


图2 算法1估计得到的两段扩频序列

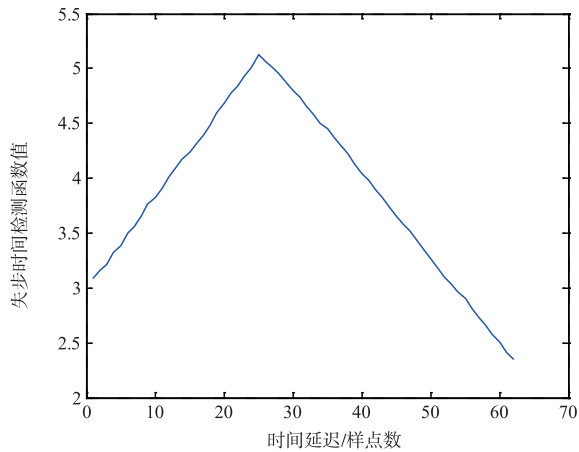


图3 失步时间估计函数值

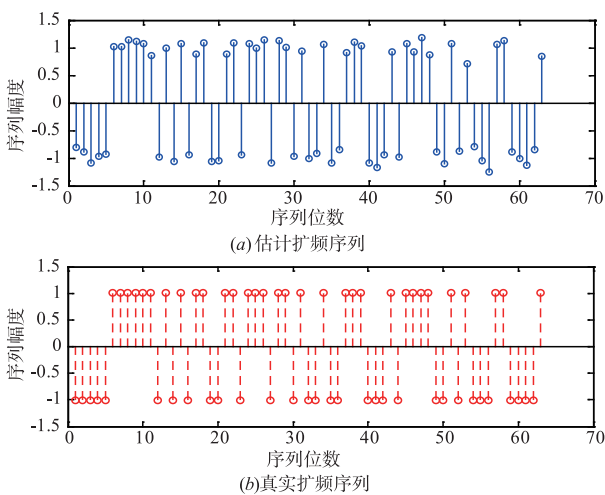


图4 扩频序列估计结果

算法 1 中第二步估计改进协方差矩阵的计算量为

$$\mathbb{N}_2 = 3N^2 \quad (43)$$

采用算法 1 估计信号子空间需要进行两次传播算

子估计,和一次协方差矩阵改进,故其总计算量为

$$\mathbb{N} = 2N_1 + N_2 = MN + 3N^2 \quad (44)$$

由特征值分解获得信号子空间的乘法计算量约为  $O(N^3)$ . 显然,当  $N$  较大时基于特征值分解方法的计算量远大于基于传播算子方法的计算量.

图 5 给出了典型参数下扩频序列估计的计算量对比,图中纵坐标为对数坐标,Method1 表示基于特征值分解方法,Method2 表示本文方法. 从图中可以看出,随着扩频序列长度  $N$  的增加,与基于特征值分解算法相比本文算法在计算量上的优势越明显.

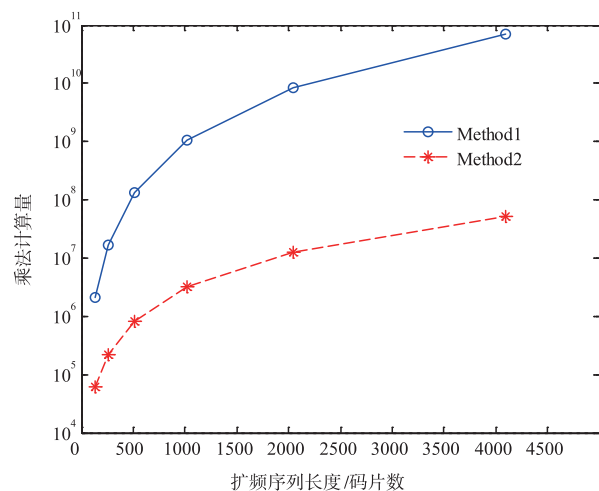


图5 扩频序列估计计算量比较

### 5.3 估计性能分析

图 6 仿真给出了本文方法与基于特征值分解方法估计失步时间的性能对比. 仿真采用 255 位的  $m$  序列作为扩频序列,观测信号长度为 200 个扩频周期,失步时间为 100 位, Monte Carlo 仿真次数为 1000 次. 从图中可以看出,本文算法的失步时间估计性能优于基于特征值分解的估计方法.

为了衡量估计扩频序列与真实扩频序列的相似程度,引用文献[18]中给出的估计序列相似度归一化衡量函数,即两个矢量夹角的余弦

$$\Re(\hat{\mathbf{u}}, \mathbf{u}) = \frac{\hat{\mathbf{u}}^H \mathbf{u}}{\|\hat{\mathbf{u}}\| \|\mathbf{u}\|} \quad (45)$$

图 7 仿真给出了本文方法与基于特征值分解方法估计扩频序列的性能比较,仿真条件与图 5 相同,在两段扩频序列连接时使用的是失步时间的真实值. 图中 Method1 表示基于特征值分解方法,Method2 表示本文方法. 由图 6 和图 7 可知,如果两段扩频序列连接时采用估计的失步时间,则基于特征值分解方法的估计性能迅速下降,而本文方法在信噪比低于  $-4$  dB 时性能变化不大.

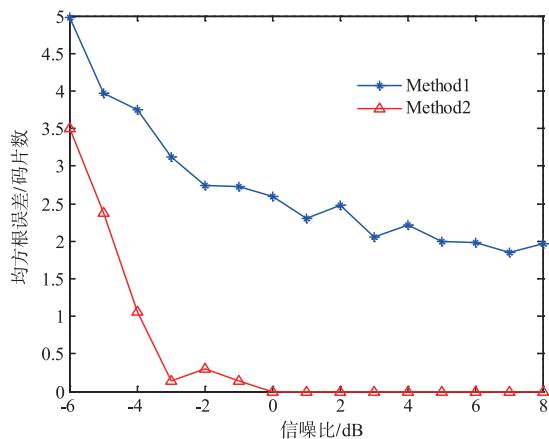


图6 失步时间估计性能

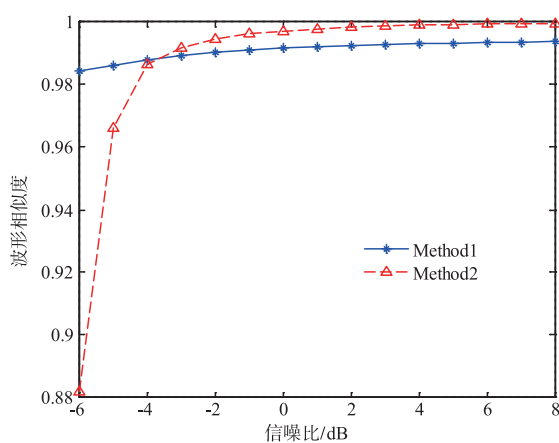


图7 扩频序列估计性能

## 6 结束语

针对基于特征值分解的扩频序列估计方法失步时间估计不准和计算量大的缺点,本文提出了改进基于传播算子的扩频序列估计方法.现有的传播算子方法只能估计信号子空间,不能估计扩频序列,本文改进了原有的传播算子方法使之能够估计扩频序列.针对现有方法对失步时间估计不准的特点,提出了一种仅利用信号子空间估计失步时间的方法,该方法可以替换文献[3]中的失步时间估计方法.仿真结果验证了本文方法在低信噪比环境能够实现扩频序列的快速盲估计.

## 参考文献

[1] 康家方,王红星,赵志勇,等.新的扩频通信调制方法[J].通信学报,2013,34(5):79-87.  
KANG Jia-fang, WANG Hong-xing, ZHAO Zhi-yong, et al. Novel method of spread spectrum communication[J]. Journal on Communications, 2013, 34(5): 79-87. (in Chinese)

- [2] 张花国,李鑫,张建华,魏平.基于半定松弛的长码 DSSS 信号扩频波形估计[J].电子学报,2016,44(2):334-339.  
ZHANG Hua-guo, LI Xin, ZHANG Jian-hua, WEI Ping. A semidefinite relaxation approach to spreading waveform estimation for long-code DSSS signals [J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 44(2): 334-339. (in Chinese)
- [3] HUANG X G, HUANG W, WANG C, et al. Blind reconnaissance of the pseudo-random sequence in DS/SS signal with negative SNR[J]. Science in China (Series F: Information Sciences), 2007, (3): 510-520.
- [4] HILL P C J, RIDLEY M E. Blind estimation of direct-sequence spread spectrum-sequence chip codes[A]. IEEE 6th Int Symp on Spread-Spectrum Technique & Application [C]. New Jersey, USA: IEEE, 2000. 305-309.
- [5] 任啸天,徐晖,黄知涛,等.基于 Fast-ICA 的 CDMA 信号扩频序列优化盲估计[J].电子学报,2012,40(8):1532-1538.  
REN Xiao-tian, XU Hui, HUANG Zhi-tao, et al. Fast-ICA based optimize blind estimation of spread sequence of CDMA signals[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(8): 1532-1538. (in Chinese)
- [6] 任啸天,徐晖,黄知涛,等.基于 Fast-ICA 同、异步系统短码 CDMA 信号扩频序列及信息序列盲估计[J].电子学报,2011,39(12):2726-2732.  
REN Xiao-tian, XU Hui, HUANG Zhi-tao, et al. Fast-ICA based blind estimation of spreading and information sequences of short-code CDMA signals in synchronous and asynchronous systems[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(12): 2726-2732. (in Chinese)
- [7] 张天骥,杨强,宋玉龙,熊梅.基于相似度的直扩信号盲解扩方法[J].系统工程与电子技术,2017,39(7):1451-1456.  
ZHANG Tian-qi, YANG Qiang, SONG Yu-long, XIONG Mei. Similarity based blind despreading method of DS-SS signal [J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(7): 1451-1456. (in Chinese)
- [8] 尹辉,赵知劲.利用 FastICA 和三阶相关函数的多天线辅助 NPLC-DS-CDMA 扩频码盲估计[J].信号处理,2018,34(3):289-295.  
YIN Hui, ZHAO Zhi-jin. Blind estimation of multi-antenna aided NPLC-DS-CDMA spread code based on FastICA and third-order correlation functions [J]. Signal Processing, 2018, 34(3): 289-295. (in Chinese)
- [9] 张花国,魏平.未知频偏下直扩信号的扩频序列估计[J].电子科技大学学报,2013,42(1):44-47,80.  
ZHANG Hua-guo, WEI Ping. Spreading sequence estimation of direct sequence spread spectrum signals with unknown carrier offset[J]. Journal of University of Electronic

- Science and Technology of China, 2013, 42(1): 44 – 47, 80. (in Chinese)
- [10] 张天骐, 杨凯, 赵亮, 宋玉龙. 多径衰落信道下 MC-CDMA 信号扩频序列周期盲估计[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(12): 2803 – 2809.  
ZHANG Tian-qi, YANG Kai, ZHAO Liang, SONG Yu-long. Blind estimation of spread spectrum sequence's period for MC-CDMA signal in multipath fading channels [J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(12): 2803 – 2809. (in Chinese)
- [11] REN Z Y, JIANG T, ZHONG Y, ZHAO C L. Data-aided synchronization algorithm dispensing with searching procedures for UWB communications [J]. Science China (Information Sciences), 2012, 55(4): 778 – 788.
- [12] QIAO Y W, LÜ T J, REN Z Y. Direct-sequence codes based blind synchronization algorithm for UWB systems [J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2009, 16(3): 45 – 51.
- [13] MARCOS S, MARSAL A, BENIDIR M. The propagator method for source bearing estimation [J]. Signal Processing, 1995, 42(2): 121 – 138.
- [14] 解辉, 韩壮志, 丁爽. 基于传播算子算法的扰码序列估计方法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(10): 2327 – 2332.  
XIE Hui, HAN Zhuang-zhi, DING Shuang. Estimation of scrambler based on propagator method [J]. Systems Engineering and Electronics, 2017, 39(10): 2327 – 2332. (in Chinese)
- [15] 顾陈, 何劲, 朱晓华, 等. 基于传播算子的声学矢量传感器阵列扩展孔径二维 DOA 估计算法[J]. 电子学报, 2010, 38(10): 2377 – 2382.  
GU Chen, HE Jin, ZHU Xiao-hua, et al. Extended-aperture two-dimensional DOA estimation with acoustic vector sensor array using the propagator method [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(10): 2377 – 2382. (in Chinese)
- [16] 郭利凯, 吴瑛, 尹洁昕. 改进传播算子的角度和多普勒频率联合估计算法[J]. 信号处理, 2017, 33(5): 741 – 748.  
GUO Li-kai, WU Ying, YIN Jie-xin. Joint angle and Doppler estimation by improved propagator method [J]. Signal Processing, 2017, 33(5): 741 – 748. (in Chinese)
- [17] 姜晖, 廖桂生. 基于传播算子的机载前视雷达杂波谱补偿方法[J]. 电子学报, 2010, 38(9): 2205 – 2208.  
JIANG Hui, LIAO Gui-sheng. Compensation of clutter spectrum for airborne forward-looking radar based on the propagator [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(9): 2205 – 2208. (in Chinese)
- [18] BOUDER C, AZOU S S, BUREL G. Performance analysis of a spreading sequence estimator for spread spectrum transmissions [J]. Journal of Franklin Institute, 2004, (341): 595 – 614.

### 作者简介



**解 辉** 男. 1983 年 12 月出生, 河北易县人. 2013 年毕业于国防科技大学, 获工学博士学位, 其后进入陆军工程大学石家庄校区从事雷达、通信方面教学科研工作. 现为电子与光学工程系讲师, 主要研究方向为雷达、通信信号侦察处理, 信道编码识别等.  
E-mail: xiehui\_oec@163.com



**马俊涛 (通信作者)** 男. 1977 年 2 月出生, 重庆合川人. 北京理工大学工学博士. 现为陆军工程大学石家庄校区电子与光学工程系讲师, 主要研究方向为雷达信号处理、雷达成像、目标探测与识别等.